Júlio Cezar dos Santos Patrício (*)

Considerações Preliminares

O objeto do presente estudo, que não tem a pretensão de esgotar o assunto, é oferecer base aos empresários e estudantes que desejem implementar iniciativas que envolvam o estudo da remuneração dos capitais, e os fluxos de recursos no tempo.

Todo o conteúdo do presente trabalho será visto de maneira simples, trazendo exercícios que permitam a melhor fixação de aprendizagem, valorizando o aprendizado e a efetiva aplicação dos assuntos aqui tratados.

UNIDADE I - Introdução

1- Juros Simples:

Matemática Financeira, trata em essência, do estudo do valor do dinheiro ao longo do tempo. O seu objetivo básico é o de efetuar análises e comparações dos vários fluxos de entrada e saída de dinheiro do caixa verificados em diferentes momentos.

Capital (Valor Atual, Principal ou Valor Presente), definições: Riqueza ou valores disponíveis; Fundo de dinheiro ou Patrimônio duma Empresa; (Econ.) Conjunto de bens produzidos pelo homem e que participam da produção de outros bens.

1.1 Juros

- São valores que devem ser pagos pelo direito de se dispor temporariamente de um capital.
- É a remuneração exigida na utilização do Capital de terceiros.
- **Juros recebidos** = remuneração. (investidor)
- **Juros pagos** = custos. (tomador de empréstimos)
- **Os Juros** induzem o adiamento do consumo, permitindo a formação de poupança e de novos investimentos na economia.

(*) Júlio Cezar dos Santos Patrício é Professor Universitário - juliont@amazon.com.br

1.2 Taxa de Juros:

- É a razão entre o valor de juro recebido (ou pago) no final de um certo período de tempo e o Capital inicialmente aplicado (ou emprestado).

$$.i = \frac{J}{C}$$

- **Avaliação da Taxa de Remuneração:**

- **Risco**→ perda do dinheiro aplicado, incerteza.
- **Despesa·→inclui** todas as despesas operacionais, contratuais e tributárias para formar o empréstimo e efetivar a cobrança.
- **Inflação**→ índice de desvalorização do poder aquisitivo da moeda, previsto para o prazo de empréstimo.
- **Ganho (ou lucro)**→ "custo de oportunidade" é estabelecido pela privação do Capital em outras oportunidades por um determinado período de tempo.

A Taxa de Juros no mercado de Capitais é fixada pela interação entre as forças que regem a oferta de fundos e a procura de créditos.

- **Oferta de Fundos** é o nível de riqueza das pessoas, suas preferências temporais e o valor da taxa de juros.
- **Procura de fundos** a rentabilidade das aplicações existentes na economia e a preferência temporal das pessoas.

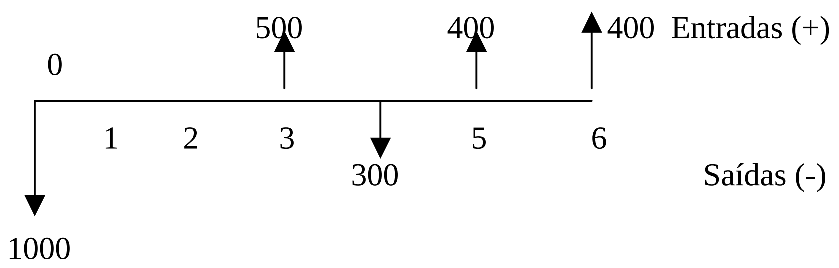
As Taxas de Juros sempre se referem a uma unidade de tempo (mês, bimestre, trimestre, semestre, ano, etc...) e podem ser representadas equivalentemente de duas maneiras: **taxa percentual** e **taxa unitária**.

Forma Percentual	Transformação	Forma Unitária
10%	10/100	0,10
6%	6/100	0,06
1%	1/100	0,01
1,5%	1,5/100	0,015

- Nas fórmulas de Matemática Financeira todos os cálculos são efetuados utilizando-se a **taxa unitária de juros**. Os enunciados e as respostas dos exercícios normalmente utiliza-se a **taxa percentual.**

1.3 Diagrama do Fluxo de Caixa (Diagrama de Capital no Tempo)

É uma representação que se usa nos problemas financeiros em que se indica o fluxo (entradas e saídas) de dinheiro no tempo.



*** Convenções empregadas:**

- ✓ A reta horizontal é uma escala de tempo;
- ✓ Flechas significam entradas ou saídas de dinheiro, sendo que a flecha para cima é entrada e se associa valor positivo e a flecha para baixo é saída e se associa valor negativo.

1.4 Regra Básica:

Nas fórmulas de Matemática Financeira, tanto o prazo de operação como a taxa de juros deve necessariamente estar expressas na mesma unidade de tempo.

1.5 Critérios de Capitalização dos Juros:

- ✓ Regime de Capitalização simples comporta-se como P.A.

  - Ex. Capital = 1.000,00, prazo = 5 anos, taxa = 10% ^{aa} = 1500,00.

- ✓ Regime de Capitalização composta → incorpora-se ao Capital os juros referentes a cada período, mas também os juros sobre os juros acumulados.

  - Ex. Capital = 1.000,00, prazo = 5 anos, taxa = 10% ^{aa} = 1610,51.

OBS: Quando as operações envolvem um só período de juros (também chamados de período de capitalização), é indiferente o uso do regime de capitalização, pois ambos produzem os mesmos resultados.

Aplicações práticas dos juros simples e compostos.

- ✓ Juros Simples tem aplicações praticas bastantes limitadas (prazos reduzidos).
- ✓ Juros Compostos é adotado quase que integralmente pelo Sistema Financeiro, outras aplicações: estudo do crescimento demográfico, comportamento dos índices de preços da economia, evolução do faturamento e de outros indicadores empresariais de desempenho.

UNIDADE II – Juros Simples e Juros Compostos

Objetivos:

- Conceituar juros simples e compostos.
- Compreender diferenças entre juros simples e juros compostos.
- Representar graficamente um fluxo de caixa.
- Utilizar a calculadora HP-12C.

Juros Simples

No regime de Juros Simples, a taxa incide sobre o capital inicial aplicado, sendo proporcional ao seu valor e ao tempo de aplicação.

$\boxed{J = PV.i.n}$

Montante

$\boxed{FV = PV + J}$ ou $\boxed{FV = PV \,.\, (1 + in)}$

Juros Compostos

No regime de juros compostos, os juros obtidos a cada novo período são incorporados ao capital, formando um montante que passará a participar da geração de juros no período seguinte, e assim sucessivamente. Dessa forma, não apenas o capital inicial rende juros, mas estes são devidos a cada período de forma cumulativa. Daí serem chamados juros capitalizados.

Exemplo: Calcular o montante (FV) de um capital (PV) = $1.000,00 aplicado durante 4 anos à taxa de 20% ao ano.

Fórmula do **Montante (FV)** retirada da resolução do exemplo acima.

$$\boxed{FV = PV \,.\, (1 + i)^n}$$

Unidade III – Taxas de juros e suas relações:

Objetivos:

- ✓ Conceituar taxas;
- ✓ Calcular as taxas: proporcional; equivalente; nominal, efetiva, prefixada ou aparente, pós-fixada ou real e unificada.

Conceito de taxa:

É a unidade de medida pela qual os juros são fixados na remuneração de um capital num determinado período de tempo (dias, meses, anos, etc..).

Taxa proporcional: $i_1 / i_2 = n_1 / n_2$

Diz-se que duas taxas são proporcionais quando se verifica que a **razão** entre elas é a mesma que a razão entre seus períodos.

Exemplos: 3% ªm. é proporcional a 36% ª.ano.

0,4% ª dia é proporcional a 12% ª mês.

Taxa equivalente (i_q).

Duas taxas expressas em períodos diferentes são equivalentes quando, aplicadas a um mesmo capital PV e um mesmo intervalo de tempo, produzem o mesmo montante FV.

$\boxed{i_q = (1 + i_t)^{q/t} - 1}$

i_q = taxa que quero conhecer;

i_t = taxa que tenho, taxa conhecida;

q = período da taxa que quero;

t = período da taxa que tenho.

Exercícios:

1) Calcule a taxa semestral equivalente a 5,3% ª m. R = 36,32% ª s.
2) Determinar a taxa diária equivalente a 15 % ª m. R = 0,47% ª d.
3) Qual a taxa de juros anual equivalente a 1% ª m. R = 12,68% ª a.
4) Qual a taxa de juros diária equivalente a 30% ªm. R = 0,8784 ª d.
5) Qual a taxa de juros que equivale, em 102 dias, a uma taxa de 118%ª ª. R = 24,71% em 102 dias.

Taxa nominal x Taxa efetiva

Taxa nominal – é uma taxa referente a um período que não coincide com o período de capitalização dos juros. A taxa nominal não corresponde, de fato, ao ganho/custo financeiro do negócio. Geralmente, tem periodicidade anual e aparece em contratos financeiros.

Exemplo:

35% ª ano, com capitalização mensal;

16% ª ano, com capitalização semestral;

8% ª mês, com capitalização diária.

Taxa efetiva (i_f) – é a que corresponde, de fato, ao ganho/custo financeiro do negócio. Toda taxa, cuja unidade de tempo coincide com o período de capitalização dos juros, é uma taxa efetiva.

Exemplos:

40% ª ano, com capitalização anual;

18% ao semestre, com capitalização semestral;

4% ao mês, com capitalização mensal.

i = taxa nominal;

$\boxed{i_f = (1 + i')^q - 1}$ $i' = i / q$ q = número de capitalizações contidas no período da taxa nominal.

Exercícios:

1) Determinar a taxa efetiva mensal equivalente a uma taxa nominal de 7,5% ª m. com capitalização diária. R = 7,78% ª m.

2) Obter a taxa efetiva anual equivalente a uma taxa nominal de 78,01% ª ª com capitalização semestral. R = 93,22% ª a.

3) Foi aplicado R$ 10.000,00 à taxa de 60% ª m. capitalizada diariamente. Determine o montante resgatado ao final de 4 dias. R = R$ 10.824,32.

Taxa prefixada ou aparente bruta é a que apresenta a inflação ou indexadores embutidos.

Taxa posfixada ou real é a taxa pura sem inflação. A taxa prefixada ou aparente é formada pela taxa real agregada da inflação no período a que ela se, refere.

$\boxed{(1 + i) = (1 + r).(1 + I)}$

i = taxa aparente;

r = taxa real;

I = taxa de inflação ou indexador.

Exercícios:

1) Qual a taxa prefixada correspondente a IGP-DI de 10% ª ª, supondo que o índice sofra uma variação de 20% ª ª R = 32% ª ª.

2) Qual a taxa real de juros contida numa taxa prefixada de 32%ªª, supondo que a inflação anual IGP-DI tenha uma variação de 20% ªª R = 10% ªª

3) Qual a expectativa de inflação contida numa taxa prefixada de 32% ªa, supondo que a taxa real de juros seja de 10% ªª R = 20% ªa,.

Taxas unificadas: sua utilização é freqüente em regimes de economia inflacionária, onde vários indexadores, na verdade taxas de correção monetária, são colocadas no mercado (IGPM, UFIR, TR, etc.) para tentar zerar ou equilibrar a perda monetária provocada pela inflação.

O problema encontrado é quando se tem duas taxas (i_1, i_2) torna-las taxa única i_u de forma que provoque o mesmo ganho/custo financeiro, se aplicada isoladamente uma sobre a outra.

Observação importante e muito cuidado! Unificar duas ou mais taxas não significa soma-las. i_u é diferente de $i_1 + i_2$

$$\boxed{(1 + i_u) = (1 + i_1).(1 + i_2).(1 + i_3)}$$

EXERCÍCIOS:

1) Encontrar a taxa unificada referente à atualização monetária de 15% e taxa de juros de 1,3% incidentes sobre o mesmo capital. R = 16,50%

2) Unificar as seguintes taxas:

   a) 30% e 2% → R= 32,60%

   b) 115% e 10% → R= 136,50%

   c) 13%, 12%, 5%, 4% → R= 38,20%

3) Encontrar a taxa que atinja um reajuste total de 80%, dado em duas parcelas, sendo a primeira de 40%.

   R= 28,57%

4) Qual é o percentual de reajuste que falta para atingir o aumento salarial de 35%, em duas parcelas, sendo que a primeira foi de 10%?

   R= 22,73%

5) Considerando que o Banco deseja ganhar juros reais de 6% ao ano, calculados e capitalizados mensalmente e, ainda, que a correção monetária projetada seja de 7% ao ano, pede-se determinar o quantum (%) deverá ser cobrado de encargos, ao final de um ano.

UNIDADE IV – Descontos

Estudaremos as operações de desconto comercial, também chamado de desconto por fora, por ser mais praticado no mercado. No desconto por fora, a taxa de desconto incide sobre o valor nominal.

$\boxed{D= VN. i. n}$

$\boxed{D=FV. i. n}$

VN=FV= Vale nominal, valor futuro, montante

i= Taxa nominal de desconto

n= Período de antecipação.

Valor líquido (VL) que é o valor a ser creditado ou obtido pela diferença entre o valor nominal (VN) e o desconto (D).

$\boxed{VL=VN - D}$

$\boxed{PV= FV - D}$

VL=PV Valor líquido, valor presente, valor atual.

Taxa efetiva de desconto é aquela que, remunera efetivamente uma operação de desconto.

Fórmulas para os cálculos da Taxa Efetiva de Desconto (ie) e da Taxa Nominal de Desconto (i)

$$\boxed{i_e = \frac{i'_d}{1 - i'_d}}$$

$$\boxed{i'_d = \frac{i_e}{(1 + i_e)}}$$

$i_e \rightarrow$ Taxa efetiva para o **prazo** da operação de desconto.

$i'_d \rightarrow$ Taxa de desconto para o prazo da operação.

$$\boxed{i'_e = i.n}$$

EXERCÍCIOS:

1. Numa operação de desconto: para 34 dias, a uma taxa fixada em 6,30% a.m., qual é a taxa efetiva da operação?

   R= 7,69%

2. Qual o valor da (N) nota promissória no "papagaio" para 35 dias partindo-se de um valor líquido de R$78.000,00, a uma taxa de 5,30% a.m.?

   R= R$83.140,88

3. Qual é a taxa efetiva de uma operação de desconto para 33 dias, cuja taxa é 7,50% a.m.?

   R= 8,99% para 33 dias.

4. Calcular o valor da nota promissória no "papagaio" para 35 dias à taxa de 13,70% a.m., partindo-se de um valor líquido de R$32.510,00.

   R= R$38,694,70

5. Qual é a taxa efetiva de desconto, referente a uma operação para 17 dias, cuja taxa negociada seja de 13,12% a.m.?

   R= 8,03% para 17 dias.

6. Qual é a taxa de desconto mensal correspondente a uma taxa efetiva de 16,12% para 33 dias?

   R= 12,62% a.m.

7. Partindo-se de uma taxa efetiva de desconto de 14,15% para 30 dias, calcule a taxa nominal.

   R= 12,40% a.m.

8. Que cliente propõe ao Banco que lhe seja liberada a quantia de R$100.000,00, através de uma operação de desconto. Sendo a taxa de desconto de 3% ao mês e IOF de 0,0041% ao dia, determinar:

   a) Valor de uma Nota Promissória para um prazo de 90 dias;

      R= R$110.337,52

   b) A taxa mensal efetiva paga pelo cliente.

      R= 3,33348% a.m.

9. Uma empresa emitiu uma duplicata no valor de R$15.000,00, com vencimento para 10/06/X2. No dia 20/03/X2 efetuou o desconto desta duplicata junto ao Banco Itaú S.A. à taxa de desconto de 4% ao mês. Pede-se:

   a) Qual foi o valor recebido pela empresa? Qual a taxa de juros efetiva ao mês (custo) paga na operação?

      R= a) R$13.360,00; b) i_{ef} = 4,327% a.m.

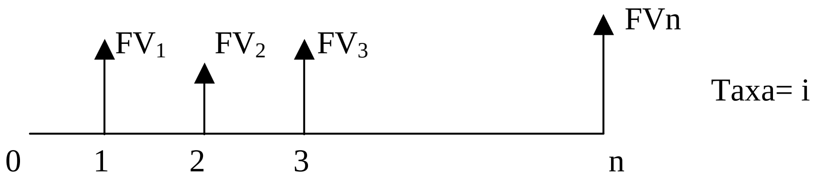
10. Uma empresa descontou uma Nota Promissória com prazo de vencimento em 93 dias, à taxa de desconto de 4% a.m. Sabe-se que o IOF é de 0,0041% ao dia e incide sobre o valor nominal, sendo cobrado no ato da liberação do dinheiro. Qual o custo efetivo mensal da operação?

    R= i = 4,51% a.m.

UNIDADE V – Equivalência de Capitais

Data focal: é a data que se considera como base de comparação dos valores referidos a datas deferentes.

Capitais equivalentes: dois ou mais capitais, com datas de vencimento determinadas, são equivalentes quando, levados para uma data focal à mesma taxa de juros, tiverem valores iguais.



$$PV = \frac{FV_1}{(1+i)^1} = \frac{FV_2}{(1+i)^2} = \frac{FV_3}{(1+i)^3} = ---- = \frac{FV_n}{(1+i)^n}$$

EXERCÍCIO:

Verificar se os capitais do quadro abaixo são equivalentes, na data focal zero. Considerar taxa de 10% a.a.

CAPITAL (R$)	VENCIMENTO (ANOS)
1.100,00	1
1.210,00	2
1.331,00	3
1.464,10	4

Valor atual de um conjunto de capitais:

$$PV = \frac{FV_1}{(1+i)^1} + \frac{FV_2}{(1+i)^2} 2 + \frac{FV_3}{(1+i)^3} + --- + \frac{FV_n}{(1+i)^n}$$

Exercício: Calcular o valor atual do conjunto de capitais abaixo, na data focal zero com a taxa de 3% a.m.

CAPITAL (R$)	VENCIMENTO (MÊS)
1.000,00	6
2.000,00	12
5.000,00	15

R= R$5.449,55

Conjuntos equivalentes de capitais – quando os valores atualizados de cada conjunto são iguais.

Exercício: Verificar se os conjuntos abaixo são equivalentes, na taxa de 10% a.a.

1º CONJUNTO	
CAPITAL	**VENCIMENTO**
1.100,00	1 ano
2.420,00	2 ano
1.996,50	3 ano
732,05	4 ano

2º CONJUNTO	
CAPITAL	**VENCIMENTO**
2.200.00	1 ano
1.210,00	2 anos
665,50	3 ano
2.196,15	4 ano

* Lista de exercícios III;

* Lista de exercícios sobre equivalência de Fluxo de Caixa.

UNIDADE VI – Séries Uniformes de Pagamentos

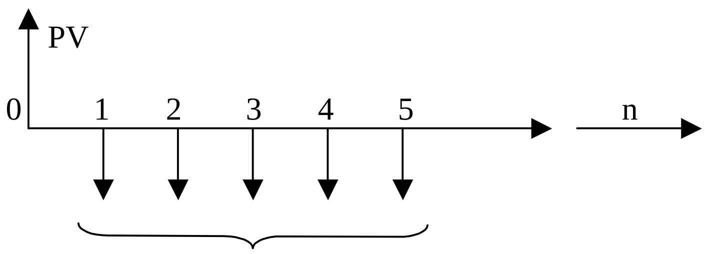
Objetivos:

- Conceituar séries uniformes
- Calcular os componentes (PV, n, i, PMT, FV) das séries uniformes, postecipadas e antecipadas.

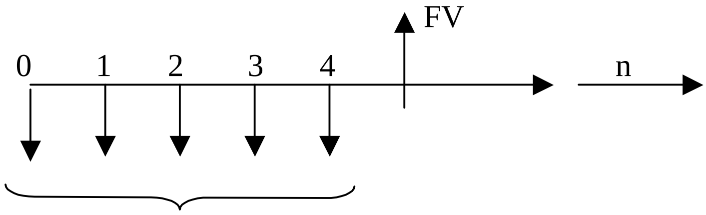
Conceito:

Diz-se que uma série é uniforme quando todos os seus termos (pagamentos ou recebimentos ou desembolsos) são iguais e é feita em períodos homogêneos ou sucessivos (a cada dia, mês, bimestre, semestre, ano, etc.)

Série de pagamentos:



Série de desembolsos:



As séries de pagamentos/desembolsos **com entrada** são conhecidas como **antecipadas**. As SP **sem entrada** chamam-se vencidas ou postecipadas.

- Séries de pagamentos iguais com termos vencidos ou postecipados.

1. Fator de acumulação de capital **(FAC)** ou fator de valor futuro **(FFV)**.

- Exemplo: Determinar o valor do montante, no final do 5º mês, de uma série de 5 aplicações mensais, iguais e consecutivas, no valor de R$100,00 cada uma, a uma taxa de 4% ao mês, sabendo-se que a primeira parcela é aplicada no final do primeiro mês, ou seja, a 30 dias da data tomada como base ("momento zero"), e que a última, no final do 5º mês, é coincidente com o momento em que é pedido o montante.

$$FV = PMT.\left[\frac{(1+i)^n}{i} - 1\right] \qquad \text{ou} \qquad FV = PMT . FAC (i,n)$$

2. Fator de formação de capital (FFC)

$$PMT = FV.\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad \text{ou} \qquad PMT = FV . FFC (i,n)$$

3. Fator de valor atual (FVA) ou fator de valor presente (FVP)

$$PV = PMT.\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n xi}\right] \qquad \text{ou} \qquad PV = PMT . FVA (i,n)$$

4. Fator de recuperação de capital (FRC)

$$PMT = PV.\left[\frac{(1+i)^n xi}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad \text{ou} \qquad PMT = PV . FRC (i,n)$$

Séries de pagamentos iguais, com termos antecipados (1 + i)

1. Fator de acumulação de capital (FAC)

$$FV = PMT.(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 2}{i}\right] \qquad \text{ou} \qquad FV = PMT . (1+i) . FAC (i,n)$$

2. Fator de formação de capital (FFC)

$$PMT = FV.\frac{1}{(1+i)}.\left[\frac{i}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad \text{ou} \qquad PMT = FV . \frac{1}{(1+i)} . FFC (i,n)$$

3. Fator de valor atual (FVA)

$$PV = PMT.(1+i)\left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n xi}\right] \qquad \text{ou} \qquad PV = PMT . (1+i) . FVA (i,n)$$

4. Fator de recuperação de capital (FRC)

$$PMT = PV.\frac{1}{(1+i)}.\left[\frac{(1+i)^n xi}{(1+i)^n - 1}\right] \qquad \text{ou} \qquad PMT = PV.\frac{1}{(1+i)}.FRC(i,n)$$

Lista de Exercícios IV

UNIDADE VII – Sistemas de Amortização

Objetivos:

- ✓ Conceituar sistemas de amortização
- ✓ Conhecer os sistemas de amortização mais utilizados no mercado.
- ✓ Calcular e montar planilhas dos sistemas SAC e PRICE utilizando a HP-12C.

Conceito:

Amortização: é o processo de liquidação de uma dívida através de pagamentos periódicos.

A amortização de uma dívida pode ser processada de várias formas, dependendo das condições pactuadas.

Vejamos algumas situações:

1. Pagamento da dívida em prestações periódicas, representadas por parcelas de juros mais capital;
2. Prestações constituídas exclusivamente de juros, ficando o capital pagável de uma só vez, no vencimento da dívida;
3. Juros capitalizados para pagamento, junto com o capital, ao final da dívida.

Em razão disso, são conhecidos diversos sistemas de amortização, sendo os mais utilizados, o SAC e o Price.

Terminologias utilizadas nos Sistemas de Amortização:

- *Prazo de Utilização*: é o intervalo de tempo durante o qual o empréstimo é transferido do credor para o devedor.
- *Prazo de Carência*: é o período compreendido entre o prazo de utilização e o pagamento da primeira amortização. Durante esse período, os juros calculados poderão ser pagos ou incorporados ao saldo devedor;

- *Prazo de Amortização*: é o intervalo de tempo durante o qual são pagos as amortizações;
- Prazo Total do Financiamento: corresponde à soma do prazo de carência com o prazo de amortização;

- *Saldo Devedor*: corresponde ao valor da dívida em um determinado instante do período total do financiamento;
- *Parcelas de Amortização*: corresponde às partes de devolução do principal (capital emprestado);
- *Prestação ou Parcela*: é a soma da amortização acrescido de juros;
- *Planilha do Financiamento*: é um quadro demonstrativo dos valores referentes ao empréstimo, ou seja, um cronograma dos valores recebidos e dos valores a serem pagos.

SISTEMA FRANCÊS DE AMORTIZAÇÃO OU TABELA PRICE

- Consiste em um plano de amortização de uma dívida em prestações periódicas, iguais e sucessivas, dentro do conceito de termos vencidos, em que o valor de cada prestação, ou pagamento, é composto por duas parcelas distintas: uma de juros e outra de capital (amortização).
- O valor das prestações é determinado por:

$$PMT = PVx\left[\frac{(1+i)^n xi}{(1+i)^n - 1}\right] \quad \text{ou} \quad \text{PMT= PV x FRC (i,n)}$$

- A parcela de juros: I= i . PV
- Valor da parcela de amortização: (A)

A = PMT – J

SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE (SAC).

- Consiste em um plano de amortização de uma dívida em prestações periódicas, sucessivas e decrescentes em progressão aritmética, dentro do conceito de termos vencidos.
- Amortização constante $\rightarrow \quad A = \dfrac{PVo}{n}$

UNIDADE VIII – Análise de Fluxo de Caixa e Análise de Investimento

Objetivos:

- Conceituar fluxo de caixa.
- Identificar, com base no cálculo do valor presente líquido e de taxa interna de retorno, o melhor investimento.

A análise de fluxo de caixa é considerada por muitos como o principal objetivo de matemática financeira.

O fluxo de caixa de um investimento, empréstimo ou financiamento, ou mesmo de uma empresa, é o nome dado ao conjunto das entradas e saídas de dinheiro ao longo do tempo.

Os métodos de avaliação de fluxo de caixa mais conhecidos e largamente utilizados nas análises de aplicações financeiras e de projetos de investimentos são os seguintes:

VPL – Valor presente líquido = NPV – Net present value

TIR – Taxa interna de retorno = IRR - Internal rate return

$$VPL = NPV = \sum_{j=1}^{n} \frac{FCj}{(1+i)^j} - FCo = \frac{FC_1}{(1+i)^1} + \frac{FC_2}{(1+i)^2} = ---+ \frac{FC_n}{(1+i)} - FCo$$

- O VPL = NPV é a soma das entradas e saídas, descapitalizadas, uma a uma, até o momento zero.
- Quando o VPL é positivo (VPL > 0), significa que o investimento deverá ser realizado, pois a taxa efetiva de retorno é maior que a taxa mínima fixada.
- Quando o VPL é negativo (VPL < 0), significa que o investimento não deverá ser realizado, pois a taxa efetiva de retorno é menor que a taxa mínima fixada.

TAXA INTERNA DE RETORNO

A taxa interna de retorno é a taxa que equaliza o valor presente de um ou mais pagamentos (saídas de caixa) com o valor, presente de um ou mais recebimentos (entrada de caixa), ou é a taxa que torna nulo o VPL de um fluxo de caixa.

$$FCo - \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+i)^j}$$

$$FCo - \sum_{j=1}^{n} \frac{FC_j}{(1+i)^j} = 0$$

Bibliografia:

- CASAROTTO FILHO, Nelson e KOPITTKE, Bruno Hartmut. **Análise de Investimentos**. 9ª edição Editora Atlas. São Paulo 2.000.
- CRESPO, Antonio Arnot. **Matemática Comercial e Financeira**. 13ª edição. Editora Saraiva – 1999.
- HIRSCHFELD, Henrique. **Engenharia Econômica**. São Paulo, Editora Atlas.
- MATHIAS, Washington Franco e GOMES, José Maria. **Matemática Financeira.** São Paulo. Atlas, 1989.
- NETO, Alexandre Assaf. **Matemática Financeira e suas Aplicações.** São Paulo. Editora Atlas.
- PUCCINI, Abelardo de Lima. **Matemática Financeira Objetiva e Aplicada.** 6ª edição. Editora Saraiva – 1999.
- SOBRINHO, José Dutra Vieira. **Matemática Financeira.** Editora Atlas.